

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ И МАССОБМЕН СТЕНОЗИРОВАННЫХ АРТЕРИЙ

Работа выполнена под руководством профессора Зеленского К.Х.

*В этой работе численно моделируется нестационарный неньютоновский кровоток и массоперенос в симметричных и несимметричных стенотических артериях. Рассматривается кровь с синдромом гипервязкости и гиперэластичная модель Муни-Ривлина используется для соответствующей артериальной стенки. Входное граничное условие наложенной скорости или давления имеет решающее значение для получения реалистичных гемодинамических результатов в стенотических артериях. FSI существенно влияет на гемодинамику на моделях стенотических артерий, артерии значительно расширены и сжимаются из-за стеноза. Тяжесть и геометрия стеноза имеют важное влияние на длину рециркуляции и распределение концентрации макромолекул, таких как липопroteины низкой плотности (ЛПНП).*

Ключові слова: кровоток, стенотические артерии, уравнения Навь--Стокса,

### **Введение**

Поток через строго атеросклеротические артерии представляет большой интерес. Эти артерии представляют серьезную опасность для здоровья и являются основной причиной смертности и заболеваемости в промышленно развитых странах. Сужение артерии или стеноз, могут привести к существенному образованию бляшки, и может привести к серьезному сокращению кровотока. В артериях мозга возникает опасность эмболии, вызывая неврологические симптомы или инсульт. Трудности в проведении реалистичных экспериментальных и численных исследований кровотока в артериях заключаются в неньютоновской реологии крови стенозированных сосудов, характеристика артериальной стенки, пульсирующий входной поток, массоперенос, геометрия стеноза, и переход к турбулентному движению.

**Обзор работ.** Поток в стенозированной артерии характеризуется высоким давлением и WSS (напряжение сдвига стенки) в горле и наблюдается зона рециркуляции стеноза. Зона рециркуляции изменяется в течение одного сердечного импульса и длина рециркуляции зависит от тяжести стеноза, стеноз морфологии, числа Рейнольдса, и Womersley числа пульсирующего потока, [1,2]. Явление периодического вихревого потока вниз по течению от стеноза горла, на осесимметричном стенозе с уменьшением площади на 84%, начинается примерно при числе Рейнольдса  $Re = 375$  [3].

Bathe и Kamn [4] провели анализ методом конечных элементов для изучения FSI (структура взаимодействия жидкости) в пульсирующем потоке через стеноз артерии. Они используют коммерческий программный продукт Adina для разработки модели осесимметричного потока и сосуда. При увеличении степени

стеноза они наблюдали увеличение перепада давления и сдвига на стенке стресса, связанного с потоком. Они также сообщили об увеличении внутренней стенке участка и сжимающих напряжений на поражения, а также дополнительные снижения в области сосуда во время систолического пика. Тан и др. [5] также рассматривается FSI нестационарного потока через стеноз сосуда. Они наблюдали сложные структуры потока и высокие напряжения сдвига на горле стеноза, а также сжатие циклический трубки. Трехмерные MPT основе вычислительной модели стенозирующих артерий были изучены также Тан и др. [7].

В крупных артериях с выраженным стенозом турбулентные режимы течения появляются в области постстеноза для чисел Рейнольдса  $Re > 500$ .

Транспорт макромолекул, таких как LDL (низкая плотность липопротеинов) через стенки артерии является ключевым шагом в атерогенезе. Stangeby и Этье [11] сообщили поток жидкости и перенос массы LDL в стенозе артерии, результаты показывают повышенную концентрацию LDL на выходной стороне стеноза. Перенос массы на симметричных и несимметричных моделях стенозированных артерий изучали в работе [6].

### Математическое и численное моделирование

Для модели жидкости поток предполагался ламинарным, неньютоновской и несжимаемой. Несжимаемых уравнений Навье–Стокса с произвольным формулировке ALE (Ейлера–Лагранжа) были использованы в качестве основных уравнений, которые подходят для задач с FSI и частых корректировок сетки. Непрерывность:

$$\nabla u = 0. \quad (15)$$

Уравнение Навье--Стокса:

$$\rho_f \left( \frac{\partial u}{\partial t} + (u - u_g) \cdot \nabla \right) u = -\nabla p + \nabla \cdot \tau. \quad (14)$$

Перенос массы:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (u\Phi) = D\nabla^2 \Phi, \quad (15)$$

где  $\rho_f$  — плотность жидкости,  $u$  — вектор скорости жидкости  $u_g$  — скорость перемещения координат. В формулировке ALE  $uu_g$  — относительная скорость жидкости относительно скорости движущейся системы координат, а  $\tau$  — девиаторный тензор напряжений. Кровь моделируется при плотности  $\rho_f = 1050 \text{ кг/м}^3$ .

Кровь является неньютоновской жидкостью. В данном исследовании рассматривается кровь с синдромом повышенной вязкости для моделирования кровотока при условии макроглобулинемией, в этом случае вязкость крови зависит от гематокрита, а также от концентрации макроглобулина, [13]. Неньютоновская Carreau модель может быть использована для описания изменения нормальной вязкости крови со скоростью сдвига. Модель предполагает, что вязкость изменяется в соответствии с законом

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) [1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2}, \quad (16)$$

где  $\lambda = 3,313c$ ,  $n = 0,3568$ ,  $\mu_0 = 0.056$  кг/мс и  $\mu_\infty = 0.00345$  кг/мс. Эта нормальная вязкость крови умножается на коэффициент 10, чтобы имитировать синдром повышенной вязкости при заболевании крови.

Транспорт LDL регулируется по формуле. ((3)), где  $\Phi$  — массовое соотношение между концентрацией LDL и плотности в крови, коэффициент диффузии LDL в крови  $D = 5 \times 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/с. Граничные условия массообмена были следующими: на входе равномерное соотношение масс  $\Phi = 0,0011$ , граничное условие Дирихле  $\Phi = 0$  — на стенках артерий, и на выходе  $grad = 0$ . Установка  $\Phi = 0$  на стенках артерий является уместным в данном случае, потому что в стенках артерий конвективные эффекты доминируют LDL транспорта.

Для твердой области стенки определяющее уравнение сохранения импульса дается

$$\nabla \sigma_s = \rho_s d^2 d / dS^2. \quad (17)$$

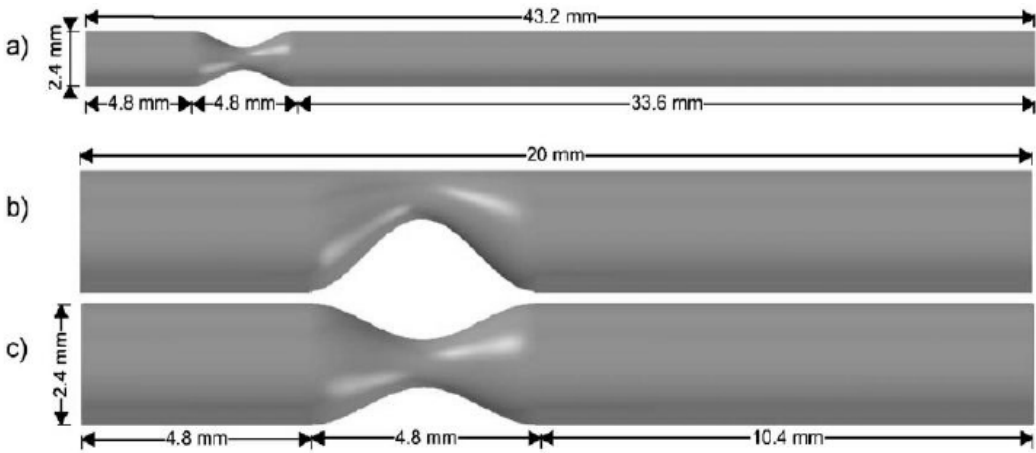
В отличие от ALE формулировки уравнений жидкости принимается Лагранжева система координат.

где  $\rho_s$  — плотность твердой стенки,  $\sigma_s$  — тензор напряжений твердой стенки и  $a_s$  — локальное ускорение вещества. Стенка артерии считалась гиперупругой, изотропной, несжимаемой, и однородной с плотностью  $\rho_s = 1050$  кг/м<sup>3</sup>. Применяемые граничные условия на область жидкости являются: (I) зависящая от времени скорость на входе в моделях с жесткими стенками или зависящее от времени давление в моделях структуры взаимодействия жидкости, и (II) нормальная тяга на выходе равна нулю. Они представлены в математической форме в уравнениях. ((6)) и ((7)):

$$u|_{in} = U(t) \quad or \quad \sigma_{nn}|_{in} = P(t), \quad (18)$$

$$\sigma_{nn}|_{out} = 0. \quad (19)$$

Физиологически состояние потока налагается с помощью измерения расхода импульсной доплерографии, приобретенного в правой внутренней сонной артерии у больного с стеноза 80% в расчете на снижение диаметра. ЧСС 70 ударов в минуту. Средняя скорость в крови 39,8 см /с. Для расчетов с FSI граничное условие давления накладывается на входе, потому что артерия выше стеноза имеет важное дилатации. Если используется граничное условие скорости, поток крови будет искусственно увеличена.



Геометрия модели

Геометрия модели симметрична стенотических артерии с жесткими стенками, б) не симметрична стенотических артерии с FSI, в) симметричным стенотических артерии с FSI.  $S = 60\%$ .

Граничные условия на интерфейсах FSI утверждают, что: (I) перемещения жидкости и твердой области должны быть совместимы, (II) Тяги на этих границах должны быть в равновесии и (III) жидкость подчиняется условию прилипания. Эти условия приведены в уравнениях (6), (8), (9):

$$d_s = d_f, \quad (20)$$

$$\sigma_s \cdot n_s = \sigma_f \cdot n_f, \quad (21)$$

$$d_s = d_f, \quad (22)$$

где  $d$ ,  $\sigma$  и  $n$  — смещения, тензоры напряжений и граничные нормали с индексами  $f$  и  $S$ , указывающие на свойства жидкости и твердые, соответственно. 3D-модель гиперупругих M-R был использован для описания свойств материала стенки артерии. Функция энергии деформации приведены в M-R модели по:

$$W = c_1(I_1 - 3) + c_2(I_2 - 3) + D_1 \quad (23)$$

$$I_1 = C_{kk}, \quad I_2 = 1/2[I_1^2 - C_{ij}C_{ij}], \quad (24)$$

где  $I_1$ ,  $I_2$  — первый и второй инварианты деформации Коши-Грина тензор деформации,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $D_1$  и  $D_2$  — материальные константы. Полагая:

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1, \quad \lambda_2 = \lambda_3, \quad \lambda = \lambda_1 \quad (25)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  — растяжение в  $(x, y, z)$  направлениях соответственно, одноосное напряжение/растяжение для изотропного материала получается из уравнения (11).

$$\sigma = \partial W / \partial \lambda = c_1 [2\lambda - 2/\lambda^2] + c_2 [2 - 2/\lambda^3] + D_1 D - 2 [2\lambda - 2/\lambda^2] \exp [D - 2(\lambda^6 + 2/\lambda - 3)].$$

Поведение нормальных артерий вытянутых в экспериментах. Артерии усадки около 30% до 50% при снятии с условием в естественных условиях. По этой причине в данной работе восемь случаев с FSI есть первоначальный осевой участок артерии 36,5%, [6], чтобы получить стресс реалистичный артерии и растягиваться под физиологического пульсирующей входе артериального давления. Рис. 2 показывает домен для случаев с жесткими стенками и случаев с FSI. Случаи с жесткой стенки артерии или FSI для симметричного и несимметричного стеноза были исследованы на  $S = 50\%$ ,  $60\%$ ,  $70\%$  и  $80\%$ . Смещения ограничены после растяжения в осевом направлении. Эти ограничения применяются далеко от стеноза, и поэтому они не влияют на деформацию и эффективное напряжение в стенке артерии у стеноза. Артериальная стенка имеет толщину 0,24 мм, и она моделируется как 3D сплошная стенка.

#### **Список цитируемых источников**

1. Фридман М.З., Bargeron Ц.Б., Дункан Д.Д., Хатчинс G.M. и Марк F.F. эффекты артериальной соблюдения и неньютоновской реологии на корреляции между толщиной интимы и сдвига стенки. Сделка ASME, Дж Biomech. Engng, 1992, 114, 317–320.
2. Тейлор К., Хьюз Т. и Зариньш К. Вычислительные исследования в сосудистой болезни. Компьютеры в физике, 1996, 10 (3), 224–232.
3. Голдсмит Г.Л. и Skalak P. Гемодинамика. Энн. Rev. Механика жидкости, 1975, 7, 213–247.
4. Ку Д.Н. Кровоток в артериях. Энн. Rev. Механика жидкости, 1997, 29, 399–434.
5. Янг Д.Ф. и Цай, характеристики FУ потока в моделях артериальных стенозов-I. Постоянный поток // Биомеханика, 1973, 6, 395–410. H01300 IMechE 2001
6. Янг Д.Ф. и Цай, характеристики FУ потока в моделях артериальной стенозов-II. Нестационарных течений. // Биомеханика, 1973, 6, 547–559.